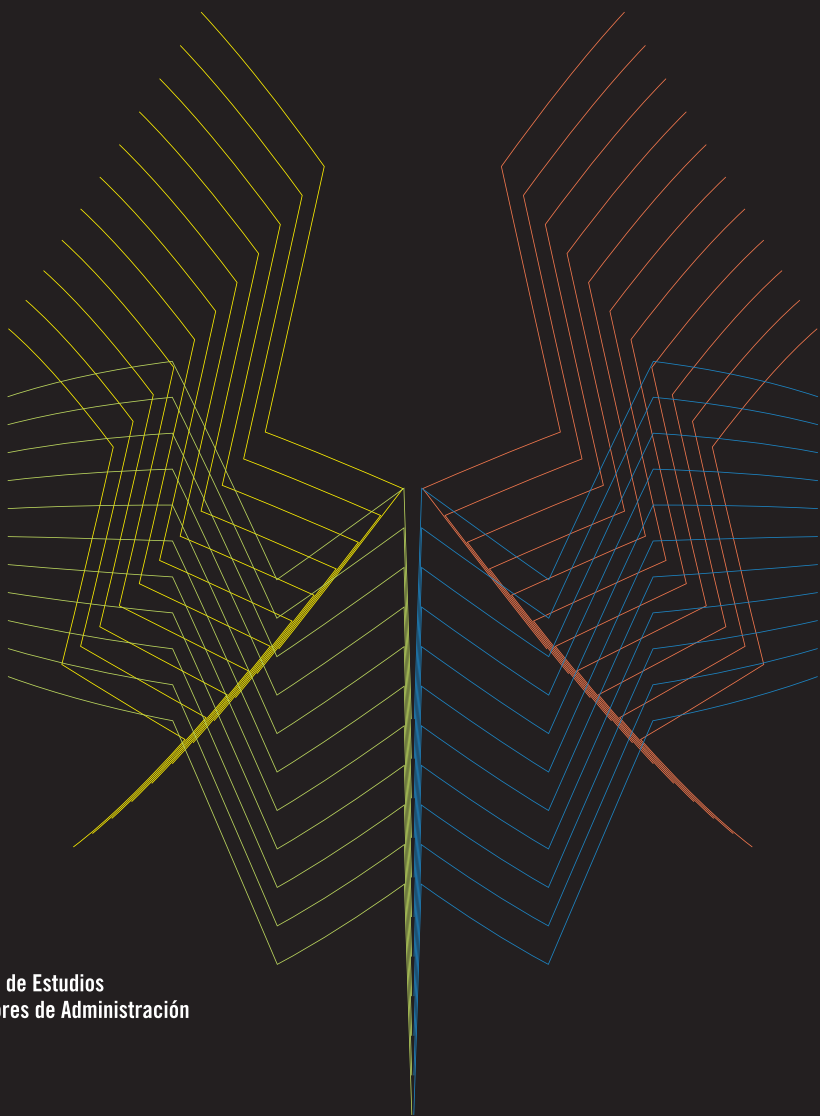


Introducción a la **Programación Lineal**

Alina Fedossova
Oscar Yecid Buitrago Suescún
Rodrigo Alberto Britto Agudelo



Colegio de Estudios
Superiores de Administración

**INTRODUCCIÓN A LA
PROGRAMACIÓN LINEAL**
Con Aplicaciones en
Administración de Operaciones



**Colegio de Estudios
Superiores de Administración**

**INTRODUCCIÓN A LA
PROGRAMACIÓN LINEAL**
Con Aplicaciones en
Administración de Operaciones

—AUTORES—
ALINA FEDOSSOVA
ÓSCAR YECID BUITRAGO SUESCÚN
RODRIGO BRITTO AGUDELO

PRIMERA EDICIÓN, BOGOTÁ, D.C., FEBRERO DE 2011

COORDINACIÓN EDITORIAL: DEPARTAMENTO DE
COMUNICACIONES Y MARKETING CESA
CORRECCIÓN DE ESTILO: JENNY JIMÉNEZ MEDINA
DIAGRAMACIÓN EN \LaTeX : DANIEL CONTRERAS NIÑO
DISEÑO DE CUBIERTA: DIEGO ROMERO
IMPRESIÓN:

© 2011 COLEGIO DE ESTUDIOS SUPERIORES DE
ADMINISTRACIÓN CESA
© 2011 ALINA FEDOSSOVA, ÓSCAR YECID BUITRAGO
SUESCÚN, RODRIGO BRITTO AGUDELO

ISBN: 978-958-97648-7-9

COMUNICACIONES
CRA. 6 NO. 35-28 CASA LLERAS
COMUNICACIONES@CESA.EDU.CO

TODOS LOS DERECHOS RESERVADOS.
ESTA OBRA NO PUEDE SER REPRODUCIDA SIN EL PERMISO
PREVIO ESCRITO.

REGISTRO BIBLIOGRÁFICO:

FEDOSSOVA, ALINA; BUITRAGO SUESCÚN, OSCAR YECID; AGUDELO BRITTO, RODRIGO. INTRODUCCIÓN A LA PROGRAMACIÓN LINEAL CON APLICACIONES EN ADMINISTRACIÓN DE OPERACIONES / OSCAR YECID BUITRAGO SUESCÚN, ALINA FEDOSSOVA Y RODRIGO BRITTO AGUDELO. BOGOTÁ: COLEGIO DE ESTUDIOS SUPERIORES DE ADMINISTRACIÓN -CESA- DEPARTAMENTO DE COMUNICACIONES Y MARKETING, 2010. 256P.

DESCRIPTORES:

PROGRAMACIÓN LINEAL / ALGEBRA LINEAL / ADMINISTRACIÓN DE OPERACIONES / MATRICES

ISBN:978-958-97648-7-9

512.5/F294I/2011

Índice general

INTRODUCCIÓN	1
1. CONTEXTO DE LA PROGRAMACIÓN LINEAL	7
2. FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS: ALGEBRA LINEAL Y CONVEXIDAD DE CONJUNTOS	11
2.1. VECTORES	11
2.1.1. Operaciones con vectores	12
2.2. MATRICES	15
2.2.1. Operaciones con matrices	16
2.3. CONVEXIDAD DE CONJUNTOS	22
2.3.1. Conjunto convexo	22
2.3.2. Conjuntos poliédricos	27
3. ESTRUCTURA DE LOS PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL Y SOLUCIÓN GRÁFICA	35
3.1. VARIABLES DE HOLGURA Y DE EXCESO	37
3.2. FORMAS DE REPRESENTACIÓN DE UN PROBLEMA DE PROGRAMACIÓN LINEAL	38
3.3. SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL POR EL MÉTODO GRÁFICO	39

3.4.	ANÁLISIS GRÁFICO DE SENSIBILIDAD	46
3.4.1.	Cambios en los términos constantes de las restricciones (lados derechos)	51
4.	MODELAMIENTO DE PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL	63
4.1.	COMPONENTES DE UN MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL	65
4.2.	PASOS PARA LA FORMULACIÓN DE PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL	66
4.3.	TIPOS DE VARIABLES	67
4.3.1.	Consideraciones sobre la utilización de variables enteras y binarias	68
5.	SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL: EL MÉTODO SIMPLEX	99
5.1.	MULTIPLICADORES DE LAGRANGE	135
5.2.	TABLAS SIMPLEX	136
6.	BÚSQUEDA DE UNA SOLUCIÓN INICIAL	151
6.1.	MÉTODOS DE ELIMINACIÓN DE LAS VARIABLES ARTIFICIALES	152
6.2.	MÉTODO DE LAS DOS FASES	152
7.	DUALIDAD EN PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL	173
7.1.	PRIMAL CON RESTRICCIONES EN FORMA DE DESIGUALDAD	175
7.2.	PRIMAL CON RESTRICCIONES DE IGUALDAD . .	176
7.3.	CONSIDERACIONES SOBRE DUALIDAD	179
7.4.	CONDICIONES DE ÓPTIMALIDAD DE KARUSH - KUHN - TUCKER, KKT	182
7.5.	INTERPRETACIÓN PRÁCTICA DEL PROBLEMA DUAL	184
8.	ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD O POSTÓPTIMO	195

8.1. CAMBIOS EN LOS COEFICIENTES DE LA FUNCIÓN OBJETIVO	196
8.2. CAMBIOS EN LOS VALORES DEL LADO DERECHO DE LAS RESTRICCIONES	204
8.3. REGLA DEL CIEN POR CIENTO	208
9. SOFTWARE PARA LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL: SOLVER Y GAMS	217
9.1. SOLVER PARA LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL	218
9.2. GAMS	231
ÍNDICE ANALÍTICO	245

INTRODUCCIÓN

La Programación Lineal es tal vez la herramienta más famosa y utilizada de la Investigación de Operaciones. A ella recurren los matemáticos, ingenieros de diferentes disciplinas, economistas, administradores de empresas, estadísticos, veterinarios y en general cualquier profesional que esté involucrado en la toma de decisiones con recursos escasos. Es por ello que en los planes curriculares de diversos programas de formación a nivel de pregrado, especialización, maestría e incluso doctorado, la incluyen directamente como asignatura o como tema en cursos de investigación de operaciones.

No obstante su utilidad y popularidad, la experiencia ha demostrado que los cursos de Programación Lineal son de los que más dificultad causan a los estudiantes y de los que menos entusiasmo despiertan en la mayoría de ellos.

El presente libro surge de la iniciativa de tres profesores que han tenido a su cargo cursos de programación lineal e investigación de operaciones en varias de las mejores Universidades de Colombia: Autónoma de Bucaramanga, Central, Colegio de Estudios Superiores de Administración CESA, de Boyacá, de los Andes, Industrial de Santander, Libre, Nacional de Colombia y Pontificia Javeriana. Los autores de esta obra quieren plasmar su variada experiencia para brindar una alternativa novedosa, tendiente a facilitar a los estudiantes la asimilación de los conceptos de la Programación Lineal y a los profesores facilitarles la labor de enseñanza.

Durante el ejercicio de la actividad académica, los autores han tenido la oportunidad de interactuar con estudiantes de diversas disciplinas, regiones y expectativas. Ello les ha permitido comprobar que aún perteneciendo a disciplinas afines y con condiciones similares, los intereses y motivaciones de cada individuo son diferentes, mucho más si los programas académicos son diferentes. Por supuesto que no debe darse el mismo enfoque para un curso de Programación Lineal en Ingeniería que para uno de Administración o de Matemáticas; no obstante, los autores consideran que una división muy marcada por disciplinas llega a ser nociva para la asimilación de los conceptos que debe tener un estudiante que curse una asignatura de Programación Lineal.

Teniendo en cuenta las dificultades que han percibido en los estudiantes que han pasado por sus cursos y los criterios deseables en un texto guía, se llegó a:

- Se deben proporcionar al estudiante varias alternativas para que pueda asimilar los conceptos. Presentarlos desde diferentes enfoques.
- El estudiante debe tener la opción de elegir un nivel basal mínimo que le permita adquirir las competencias necesarias para saber y aplicar satisfactoriamente los conceptos de la Programación Lineal, pero también debe tener la opción de profundizar cuanto quiera por encima de ese mínimo.
- Hacer énfasis en la modelación y formulación de problemas, puesto que este aspecto es estadísticamente dificultoso para los estudiantes y es de gran importancia para poder entender y aplicar los conceptos posteriores.
- Ser atractivo para un estudiante que guste del rigor matemático pero también a alguien pragmático.
- No ser mecanicista ni memorístico.
- Enseñar varias alternativas de software para la solución de problemas de Programación Lineal.

Al revisar los libros disponibles en el mercado nos encontramos con unos bastante buenos, pero no obstante su calidad están diferenciados

de acuerdo a la disciplina y ninguno de ellos cumple plenamente las características arriba mencionadas. Es por ello que se decidió escribir este libro de Programación Lineal.

En los diferentes capítulos se presentan los conceptos desde varios enfoques, de acuerdo a los intereses del estudiante o del profesor, sin perder la claridad conceptual. Por ejemplo, un estudiante decide si estudia el método simplex de forma matricial o en forma de tablas, pero en ambos casos debe saber cómo se calcula un costo reducido, qué significa y cómo se interpreta.

Para el capítulo de formulación de problemas de Programación Lineal se han recogido las observaciones y dificultades más comunes que tienen los estudiantes, cuando se enfrentan por primera vez a plasmar en lenguaje matemático una situación real.

Otro aspecto de interés es que los ejemplos de aplicación y los ejercicios propuestos se han enmarcado en el contexto nacional haciéndolos más familiares para el estudiante. Así mismo, se han incluido gráficas y tablas elaboradas por los autores para ilustrar la aplicación de métodos, resumir conceptos y enseñar el manejo del software especializado.

Esperamos que este libro sea de utilidad para todas aquellas personas que lleguen a tenerlo en sus manos y agradecemos profundamente los comentarios, críticas y sugerencias que nos permitan mejorarlo.

Atentamente,

Los autores.

LOS AUTORES



Alina Fedosova

Matemática de la Universidad Estatal de Moscú Lomonosov. PhD en Ciencias Físico Matemáticas de la Universidad Estatal de Moscú, Lomonosov. Uno de sus trabajos de investigación fue reconocido por Colciencias como uno de los mejores que ha financiado esta institución en los últimos 15 años. Actualmente es profesora asociada del Departamento de Matemáticas de la Universidad Nacional de Colombia.

e-mail: afedosova@unal.edu.co



Óscar Yecid Buitrago Suescún

Ingeniero Químico de la Universidad Nacional de Colombia. Magíster en Ingeniería Industrial en la Universidad de los Andes. Ha sido catedrático del Colegio de Estudios Superiores en Administración, -CESA-, en el área de administración de operaciones y del pregrado y maestría en Ingeniería Industrial de la Pontificia Universidad Javeriana.

Estuvo vinculado como profesor investigador en la Universidad de Boyacá, donde ganó el premio al Merito Investigativo en dos ocasiones; en la Universidad Central y en la Universidad Libre de Colombia.

Actualmente se desempeña como profesor de tiempo completo del programa de Ingeniería Industrial en la Universidad de La Salle en la ciudad de Bogotá D.C.

e-mail: oybuitrago@unisalle.edu.co



Rodrigo Alberto Britto Agudelo

Ingeniero Químico de la Universidad Nacional de Colombia. Magíster en Ingeniería Industrial en la Universidad de los Andes. Candidato a PhD en Logística en la Universidad de Maryland, Estados Unidos.

Se encuentra vinculado como profesor de Operaciones y Logística de la Facultad de Administración de Empresas de la Universidad de los Andes.

e-mail: ro-britt@uniandes.edu.co

